

**Bài I (2 điểm):** Cho hai biểu thức  $A = \frac{3}{\sqrt{x}-1} - \frac{2\sqrt{x}+5}{x-1}$  ( $x \geq 0; x \neq 1$ )

và  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$  ( $x \geq 0; x \neq 4$ )

a) Tính giá trị của B khi  $x = 25$

b) Rút gọn  $P = A \cdot B$

c) Tìm x để  $\frac{1}{P} < \sqrt{x} - 2$

**Bài II (2 điểm):**

1) Giải hệ phương trình sau: 
$$\begin{cases} (x+1)(y-2) = xy - 2 \\ (x+3)(y-1) = xy + 18 \end{cases}$$

2) Cho parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = mx - m + 1$

a) Tìm tọa độ giao điểm của d và (P) với  $m = 3$

b) Tìm m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2$  thỏa mãn:

$$x_1^2 + x_2^2 = x_1 + x_2$$

**Bài III (2,5 điểm):**

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một xưởng Gốm dự định sản xuất một lô hàng gồm 300 lọ hoa bằng sứ. Trước khi tiến hành, xưởng bổ sung thêm 5 thợ làm gốm nên số lọ của mỗi người phải làm giảm đi 3 lọ hoa so với dự định. Hỏi lúc dự định, xưởng có bao nhiêu công nhân? (Biết năng suất làm việc của các công nhân là như nhau).

2) Một hộp sữa hình trụ có đường kính là 12 cm, chiều cao là 10 cm. Tính diện tích vật liệu dùng để tạo nên vỏ hộp sữa như vậy (Không tính phần mép nối)



**Bài IV (3 điểm):**

Cho đoạn thẳng AB. Lấy điểm C trên đoạn thẳng AB ( $BC < \frac{AB}{2}$ ). Vẽ đường tròn tâm O đường kính AB và đường tròn tâm O' đường kính BC. Gọi H là trung điểm của AC. Vẽ dây DE của đường tròn tâm O vuông góc với AB tại H. Nối BD cắt (O') tại điểm thứ hai là K.

a) Chứng minh: Tứ giác DHCK nội tiếp

b) Chứng minh:  $AD \parallel CE$  và ba điểm E, C, K thẳng hàng

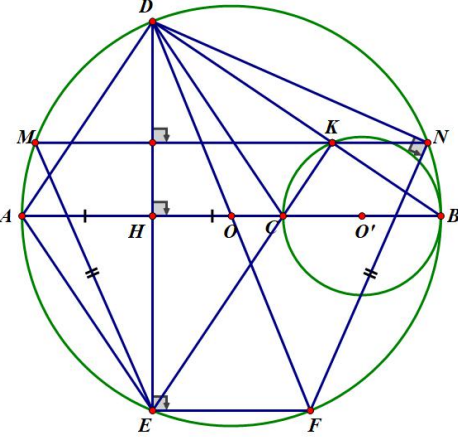
c) Đường thẳng qua K vuông góc với DE cắt đường tròn (O) tại hai điểm M và N (M thuộc cung nhỏ AD). Chứng minh:  $EM^2 + DN^2 = AB^2$

**Bài V (0,5 điểm):** Cho  $0 < x < 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$M = \frac{x}{1-x} + \frac{4}{x}$$

.....Hết .....

Bài	ý	Đáp án	Điểm
I	a)	Thay $x = 5$ (thỏa mãn đk xác định) vào B, có	0,25
		$B = \frac{5}{5-2} = \frac{5}{3}$	0,25
		KL:	
	b)	$A = \frac{3(\sqrt{x}+1)-(2\sqrt{x}+5)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$	0,5
		$P = A \cdot B = \frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} = \frac{\sqrt{x}}{x-1}$	0,5
c)		Có $P = \frac{\sqrt{x}}{x-1} \Rightarrow \frac{1}{P} = \frac{x-1}{\sqrt{x}}$ ( $x > 0$ ; $x \neq 1$ ; $x \neq 4$ )	0,25
		Có $\frac{1}{P} < \sqrt{x}-2 \Leftrightarrow \frac{x-1}{\sqrt{x}} - (\sqrt{x}-2) < 0$	
		$\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} < 0$	
		Lập luận ra $x < \frac{1}{4}$ . Kết hợp ĐKXD và KL	0,25
II	1	$\Leftrightarrow \begin{cases} -2x+y=0 \\ -x+3=21 \end{cases}$	0,25
		$\begin{cases} x=4,2 \\ y=8,4 \end{cases}$	0,25
		KL:	0,25
	2a	$m = 3$ thì d: $y = 3x - 2$ $\Rightarrow$ PT hoành độ giao điểm: $x^2 - 3x + 2 = 0$ $\Rightarrow x = 1$ hoặc $x = 2$	0,25
	Tìm được $y = 1$ hoặc $y = 4$ KL: Với $m = 3$ thì d cắt P tại hai điểm $(1; 1)$ ; $(2; 4)$	0,25	
2b	PT hoành độ giao điểm: $x^2 - mx + m - 1 = 0$ $\Delta = (m-2)^2$ d cắt P tại hai điểm phân biệt khi $m \neq 2$	0,25	
	Theo Vi-et: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m(a) \\ x_1 x_2 = m - 1(b) \end{cases}$ Theo đề bài: $x_1^2 + x_2^2 = x_1 + x_2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = x_1 + x_2 (c)$ Thay a, b vào c có: $m^2 - 3m + 2 = 0$	0,25	
	Tìm được $m = 1$ hoặc $m = 2$ và KL: $m = 1$ thỏa mãn đk đề bài	0,25	
III	1	Gọi số công nhân lúc dự định của xưởng Sx là x ( $x \in$	0,25

		N*; công nhân)	
		Số công nhân thực tế là $x + 5$ (công nhân)	0,25
		Số sản phẩm mỗi công nhân phải làm lúc dự định là: $\frac{300}{x}$ (sản phẩm/công nhân)	0,25
		Số sản phẩm mỗi công nhân phải làm thực tế là: $\frac{300}{x+5}$ (sản phẩm/công nhân)	0,25
		Lập luận ra PT: $\frac{300}{x} - \frac{300}{x+5} = 2$	0,25
		$\Leftrightarrow x^2 + 5x - 500 = 0$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 20(tm) \\ x = -25(l) \end{cases}$	0,25
		KL:	0,25
	2	Diện tích vật liệu làm nên vỏ hộp sữa là diện tích toàn phần của hình trụ Chu vi của hình tròn đáy là: $12 : 2 = 6cm$ Diện tích đáy là: $\pi.R^2 = 36\pi$ (cm <sup>2</sup> )	0,25
		Diện tích xung quanh của trụ là: $2\pi R.h = 2.\pi.6.10 = 120\pi$ (cm <sup>2</sup> ) Vậy diện tích vật liệu làm nên vỏ hộp sữa là: $2. 36\pi + 120\pi = 192\pi$ (cm <sup>2</sup> )	0,25
IV			0,25
	a	+) Xét (O'): $\widehat{CKB} = 90^\circ$ (góc nt chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow CK \perp DB \Rightarrow \widehat{CKD} = 90^\circ$	0,25
		+) Vì $DE \perp AB$ tại H $\Rightarrow \widehat{DHO} = 90^\circ$	0,25
		+) Xét tứ giác DHCK có: $\widehat{CKD} = 90^\circ$ (cmt) $\widehat{DHO} = 90^\circ$ (cmt) $\Rightarrow \widehat{CKD} + \widehat{DHO} = 180^\circ$ mà hai góc ở vị trí đối nhau $\Rightarrow$ Tứ giác nội tiếp (dnhb)	0,5
	b	+) Xét (O): đường kính AB vuông góc với dây DE tại	

		H $\Rightarrow$ H là trung điểm của DE (qh đk và dây)	0,25
		+) C/M: Tứ giác ADCE là hình bình hành $\Rightarrow AD \parallel CE$	0,25
		+) Xét (O) có $\widehat{ADB} = 90^\circ$ (góc nt chắn nửa đg tròn) $\Rightarrow AD \perp DB$ mà $DB \perp CK$ $\Rightarrow CK \parallel AD$	0,25
		mà $CE \parallel AD$ (cmt) $\Rightarrow C, E, K$ thẳng hàng (Tiên đề Oclit)	0,25
	d	Kẻ đường kính DF của (O) $\Rightarrow DF = AB$ Tam giác DNF vuông tại N $\Rightarrow DF^2 = DN^2 + NF^2 \Rightarrow AB^2 = DN^2 + NF^2$ (1) Cần c/m: $NF = EM$	0,25
		+) C/m: $MN \parallel EF$ (cùng $\perp AB$ ) $\Rightarrow$ tứ giác MNFE là hình thang +) $AB \parallel EF \Rightarrow$ Cung AE = cung BF $\Rightarrow$ góc NME = góc MNF $\Rightarrow$ tứ giác MNFE là hình thang cân $\Rightarrow ME = NF$ (2)	0,25
		Từ (1), (2) $\Rightarrow$ đpcm	
V		$M = \frac{x}{1-x} + \frac{4(1-x)}{x} + 4$ Áp dụng bất đẳng thức Cô - Si $\Rightarrow \frac{x}{1-x} + \frac{4(1-x)}{x} \geq 4 \Leftrightarrow M \geq 8$ Dấu bằng xảy ra khi: $\frac{x}{1-x} = \frac{4(1-x)}{x} \Rightarrow x = \frac{2}{3}$ Vậy $\text{Min}M = 8$ khi $x = 2/3$	0,5